MINISTERE DE L'AGRICULTURE

CENTRE TECHNIQUE DU GENIE RURAL
DES EAUX ET DES FORETS

" C.T.G.R.E.F. "

L'APPLICATION DE LA METHODE DU GRADEX

A L'ESTIMATION DES CRUES DE FAIBLE FREQUENCE

Division Hydrologie
juillet 1972

SOMMAIRE

1 – EXPOSE DE LA METHODE

1.1 – INTRODUCTION

La méthode du Gradex, mise au point à la Division Technique Générale d'EdF, a pour objet l'estimation des crues de faible fréquence à partir des pluies. Une des idées de base est que, d'une façon générale, l'information pluviométrique est plus abondante que l'information hydrométrique, tant par le nombre des stations d'observation que par la longueur des séries de données disponibles, en conséquence de quoi il paraît beaucoup moins risqué de s'appuyer sur des données pluviométriques que sur des données hydrométriques pour estimer les crues de fréquence rare.

A l'origine, la méthode a été employée à partir de données moyennes journalières de pluies et de débits, et appliquée à des bassins relativement imperméables de l'ordre du millier de km^2. Nous nous en tiendrons à ces hypothèses pour l'exposé de la méthode. Le problème de son application dans d'autres conditions sera examiné dans les paragraphes suivants.

La présente note résulte de discussions menées au CERAFER à partir des documents [2] établis par les auteurs de la méthode, MM. GUILLOT et DUBAND, de divers compléments théoriques, et des applications de la méthode par le Service Central Hydrologique du Ministère de l'Equipement et l'ancienne Division des Travaux d'Hydraulique du CERAFER.

1.2 – REPARTITION DE FREQUENCE DES PLUIES : MISE EN EVIDENCE DU GRADEX

Les auteurs indiquent que d'après leurs propres études en France métropolitaine, et d'autres études menées aux Etats-Unis, en Australie, en Afrique du Sud, en Israël, on peut admettre que **la loi de probabilité des valeurs extrêmes de pluies journalières présente asymptotiquement un caractère exponentiel pour les fortes valeurs.***

Plus précisément, en considérant la plus forte hauteur pluviométrique journalière p d'une période calendaire quelconque de l'année, cette variable aléatoire a une fonction de répartition qui tend pour les fortes valeurs de p, vers la forme :

$$F(p) = 1 - \exp(-u) \qquad (1)$$

avec :

$$u = (p - p_0) / a \qquad (2)$$

p_0 et a étant des constantes positives.

Exprimons par ailleurs le développement en série de l'expression

$$F'(p) = \exp[-\exp(-u)] \qquad (3)$$

qui est celle de la loi de probabilité de GÜMBEL ; nous obtenons :

$$F'(p) = 1 - \exp(-u) + {}^1/_2\, [\exp(-u)]^2 - \ldots$$

et, lorsque p et u tendent vers l'infini, l'on a :

$$F'(p) \to F(p)$$

Ainsi la loi de GÜMBEL et la loi exponentielle sont asymptotiques l'une à l'autre lorsque la variable p croît.

Sur un "papier à graduation de GÜMBEL", gradué en abscisses selon la variable u avec report des valeurs $F = \exp[-\exp(-u)]$, $F'(p)$ est représentée par une demi droite, et $F(p)$ est asymptotique à cette demi droite (fig. 1).

---

* Cette hypothèse est contestée par certains hydrologues pour les climats des régions proches de l'équateur, en particulier dans les régions susceptibles d'être affectées par les cyclones tropicaux.

L'expression (2) s'écrit plus couramment sous la forme :

$$p = a u + b \qquad (4)$$

qui est tout simplement l'équation de la demi droite $F'(p)$.

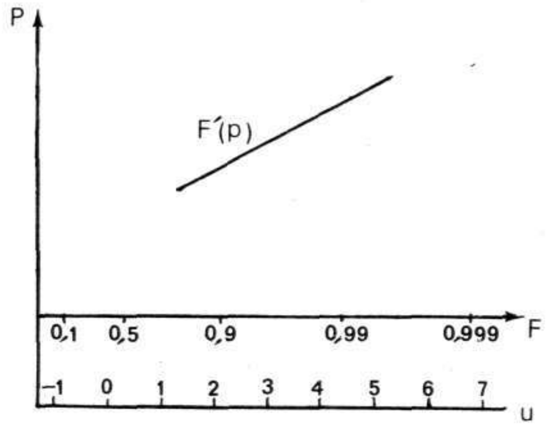

Fig. 1

Il apparaît que les valeurs de pluie de fréquence rare sont essentiellement sous la dépendance du paramètre a, gradient des valeurs extrêmes, ou gradient de l'exponentielle, ou "gradex".

Ce paramètre varie en fonction de la saison et dans l'espace. Pour une période calendaire donnée, la variation spatiale est régulière, ce qui permet une cartographie en "lignes isogradex" et des interpolations comme avec n'importe quel autre paramètre climatique.

L'estimation du gradex est explicitée au § 5.

1.3 – DEFICITS D'ECOULEMENT ET DEBITS

1.3.1 – RELATION ENTRE PLUIES ET DEBITS

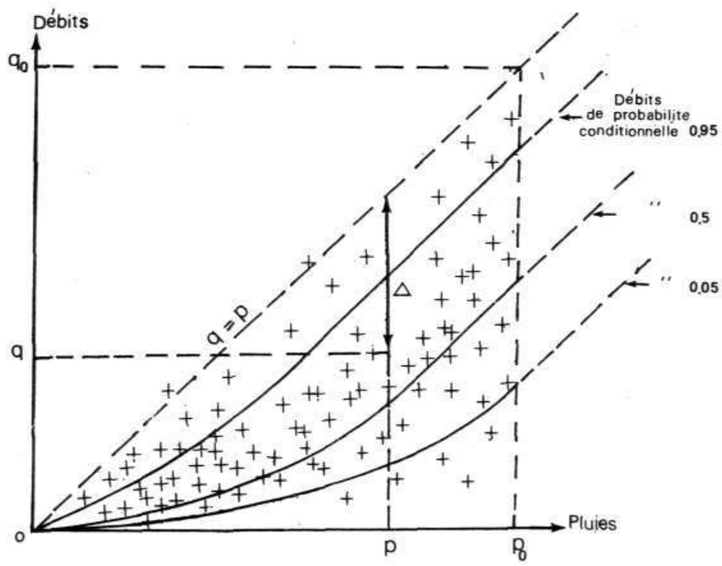

Fig. 2

Considérons des chroniques de débits moyens journaliers et de pluies moyennes journalières concomitantes et relatives à un bassin remplissant les conditions explicitées au § 1.1. On peut facilement faire le rapprochement des pluies p précédemment définies et des débits moyens journaliers exceptionnels q correspondants.

Reportons sur un graphique les couples (p,q) ainsi définis, en exprimant les débits par leurs hauteurs d'eau équivalentes en 24 h.

Les observations se situent évidemment toutes en dessous de la bissectrice $q = p$, sauf exception éventuelle due à une fonte de neige venant s'ajouter à la pluie, ce qui de toute façon constitue un appoint faible en valeur relative et notamment pour les plus fortes crues.

Pour les différents couples pluie-débit, nous avons donc généralement des déficits d'écoulement Δ, qui tendent évidemment à croître avec l'importance de la pluie.

Sur la fig. 2, la loi de probabilité conditionnelle des déficits Δ par rapport aux pluies p, et par voie de conséquence la loi de probabilité conditionnelle des débits q par rapport à p, sont matérialisées par des courbes donnant la variation des quantiles en fonction de p.

Le problème est évidemment de savoir ce que deviennent ces lois pour des couples pluies-débits situés hors du domaine des valeurs observées ($p > p_0$, $q > q_0$).

L'hypothèse de base de la méthode du gradex est que pour $p > p_0$, on peut poser que le supplément de pluie $p - p_0$ s'écoule entièrement, ce qui donnera une extimation par excès des crues exceptionnelles.

Dans ces conditions, au-delà de p_0, les déficits Δ n'augmentent plus, et les courbes "isoquantiliques" de la fig. 2, doivent être extrapolées sous forme de demi droites de pente égale à 1.

1.3.2 – ETABLISSEMENT DE LA FONCTION DE REPARTITION DES DEBITS JOURNALIERS DE CRUE

Connaissant la fonction de répartition des pluies F (p) et la loi de probabilité conditionnelle des débits g_p (q) , il est théoriquement possible d'en déduire la fonction de répartition des débits par la relation :

$$G(q) = \int_{Q=0}^{Q=q} \int_{p=0}^{p=\infty} g_p(q) \cdot dF(p) \cdot dQ$$

Les auteurs de la méthode ont d'ailleurs procédé à des intégrations numériques pour obtenir de cette façon la fonction de répartition des débits. Cependant, il faut bien voir que l'on dispose rarement en pratique de données en quantité suffisante pour établir valablement le graphique de distribution de fréquence à deux dimensions de la fig. 2.

Par contre, les hypothèses de la méthode conduisent à un résultat fondamental facilement exploitable : on démontre (annexe 3) que, **compte tenu de la forme asymptotiquement exponentielle de F (p) et de la distribution homoscédastique de g_p (q) pour $p > p_0$, la courbe représentative de G (q) se déduit de la courbe représentative de F (p) pour $p > p_0$ par simple translation suivant l'axe des variables.**

Les fig. 3 et 4 représentent ce résultat respectivement sur un graphique classique et sur le papier à probabilité de GÜMBEL.

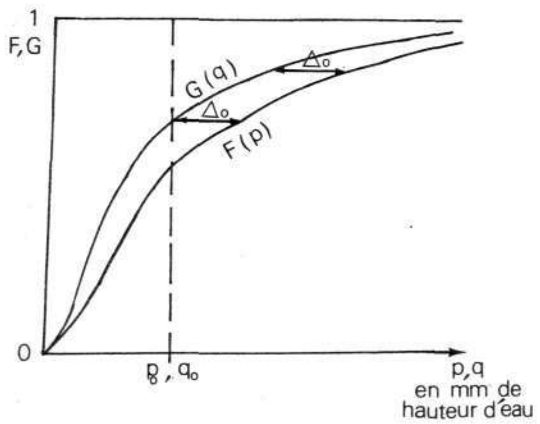

Fig. 3

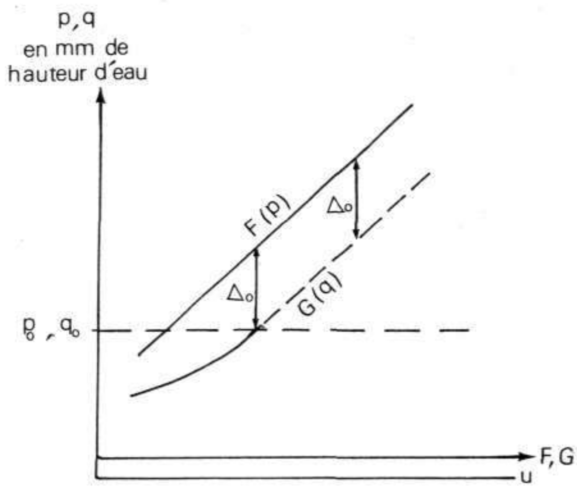

Fig. 4

Contrairement à ce que peut laisser croire l'intuition, le parallélisme des courbes isoquantiliques de la fig. 2 n'entraîne pas a priori le parallélisme des courbes représentatives de F (p) et G (q) sur la fig.4. Cette propriété est liée au **caractère asymptotiquement exponentiel de F (p) qui constitue donc une condition nécessaire à l'application de la méthode** ; cette remarque originale est explicitée dans l'annexe 3.

Le résultat obtenu suggère la méthode suivante pour l'estimation des débits de différentes fréquences. Sur la fig. 4, on porte la courbe représentative de F (p), et la répartition de fréquence empirique des débits de crues q. A partir de la plus forte valeur q_0 observée, on prolonge G (q) parallèlement à F (p).

Cette façon de procéder soulève une critique importante sur le plan statistique : la plus forte valeur q_0 de l'échantillon des observations de crues est soumise à une forte variation d'échantillonnage. En contrepartie, le choix du point de départ influe peu sur **l'estimation des débits de crue de fréquence rare, qui dépend avant tout du gradex des pluies.** Dans ces conditions, il faut adopter une attitude moins systématique et l'on trouvera à ce sujet des indications complémentaires au § 5.

1.3.3 – DEBITS DE POINTE

Ayant défini la fonction de répartition des débits journaliers maximaux annuels, il convient de passer aux débits instantanés de pointe. D'après l'étude [2] , il semblerait que le rapport R = (débit de pointe / débit moyen journalier maximal) ne soit pas corrélé avec les débits, ce qui autoriserait à poser que la distribution de probabilité des débits de pointe se déduit de celle des débits journaliers par simple affinité effectuée avec la moyenne empirique de R estimée sur un grand nombre de crues.

Une étude plus poussée de la question [5] , faisant intervenir la loi de probabilité de la crue journalière et celle de R, a montré que cette façon de procéder reste une approximation, même lorsque l'indépendance entre R et q est vérifiée.

Après avoir examiné les principes de la méthode, il convient maintenant de préciser un certain nombre de détails de mise en oeuvre et de difficultés apparaissant à ce niveau.

2 – LA PLUIE

2.1 – INTERVALLES DE TEMPS UTILISES POUR DEFINIR LA PLUIE

A propos des pluies de 24 h ou de n'importe quelle autre durée, une question fondamentale consiste à savoir comment le découpage des intervalles de temps a été effectué.

En effet, si on s'intéresse par exemple à la pluie maximale de 24 h sur une certaine période, on peut concevoir d'adopter soit la plus grande des hauteurs pluviométriques relevées dans des intervalles de temps fixes, par exemple entre 7 h et 7 h, soit la hauteur tombée dans un intervalle de 24 h choisi de telle façon que l'on obtienne la plus grande valeur possible (intervalles de temps d'origine variable). Il est bien évident qu'avec la première méthode le hasard peut conduire à couper en deux des averses exceptionnelles, et que la deuxième méthode donne ainsi des résultats plus élevés. En France, pour les pluies de 24 h, les résultats correspondant à la même fréquence sont dans un rapport variant de 1,10 à 1,15 [4]. Le rapport tend d'ailleurs vers 1 lorsqu'on prend un intervalle de temps de plus en plus petit. Toujours est-il qu'il importe de savoir dans tous les cas comment ont été établies les données que l'on utilise.

Pour ce qui est des pluies de 24 h ou relatives à des intervalles de temps multiples de 24 h, les relevés disponibles dans l'immense majorité des cas résultent de mesures effectuées avec des pluviomètres et correspondent donc à des intervalles de temps fixes.

De façon habituelle les valeurs publiées ou cartographiées pour le gradex des pluies relèvent d'observations de ce type pour une durée de 24 h. La question se pose de savoir comment les choses se passent pour d'autres intervalles de temps.

Tout d'abord, il semble admis que lorsque les pluies de 24 h sont asymptotiquement exponentielles, il en va de même des pluies relatives à des intervalles de temps différents, pour lesquels on peut donc également définir un gradex.

Quelques études basées sur des enregistrements pluviographiques semblent montrer que l'inverse du gradex des pluies varie linéairement avec l'intervalle de temps considéré.

D'autres études envisagent le passage des intensités des pluies de 24 h aux intensités des pluies de durée différente par référence à la "loi" de MONTANA, dont la forme est : *

$$i_t = i_1 \cdot t^{-m}$$

* Cette "loi" s'exprime aussi sous la forme : $h = a.t^n$; où h est la hauteur de pluie pour un épisode de durée t ; les paramètres n et m sont liés par la relation $m = 1 - n$ et ne doivent pas être confondus.